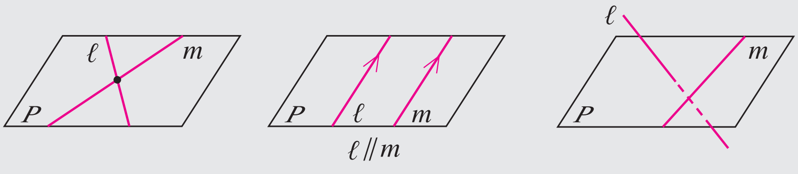
37 直線や平面の位置関係

レッスン 6003 2つの直線の位置関係

ポイント

● 空間内で，平行でなく交わらない 2 つの直線は，ねじれの位置にあるという
空間内にある 2 直線 ℓ，m の位置関係には，次の 3 通りの場合がある

[1] 交わる　　[2] 平行　　[3] ねじれの位置



同じ平面 P 上にある　　同じ平面上にない

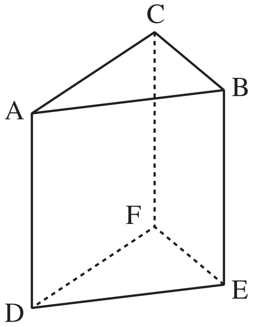
問題

次の図の三角柱について，次の辺を**すべて**答えなさい。

(1) 辺 AD と平行な辺

(2) 辺 AB と垂直に交わる辺

(3) 辺 AC とねじれの位置にある辺



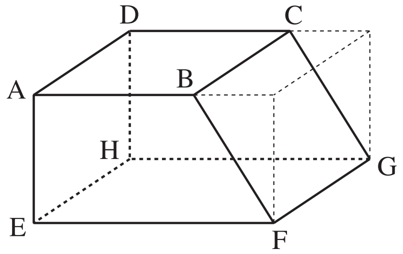
解答

(1) **辺 BE，辺 CF** …(答)

(2) **辺 AD，辺 BE** …(答)

(3) 辺 AC とねじれの位置にある辺は，辺 AC と平行でなく，
交わりもしない辺である。よって
辺 BE，辺 DE，辺 EF …(答)

1 右の図の立体は，直方体から三角柱を切り取ったものである。この立体について，次の辺を**すべて**答えなさい。

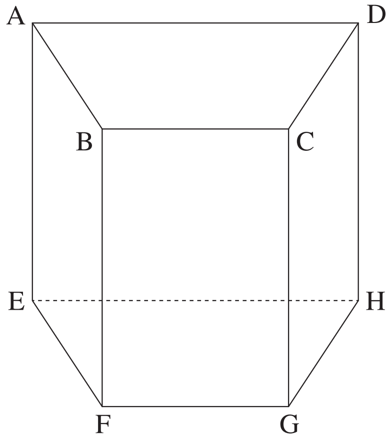


(1) 辺 FG と平行な辺

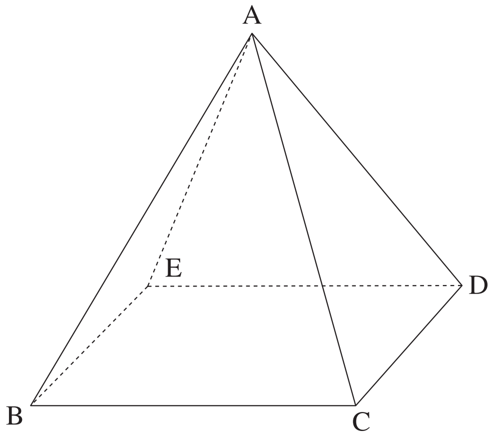
(2) 辺 AB と垂直に交わる辺

(3) 辺 CG とねじれの位置にある辺

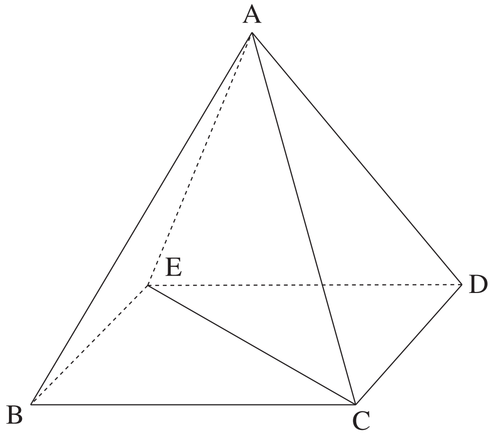
2 次の図の立体は，底面が台形の四角柱である。この立体について，辺 AD とねじれの位置にある辺を**すべて**答えなさい。



3 次の図の立体は，正四角錐である。この立体について，辺 AB とねじれの位置にある辺を**すべて**答えなさい。



4 次の図の立体は，正四角錐である。この立体について，線分 CE とねじれの位置にある辺を**すべて**答えなさい。



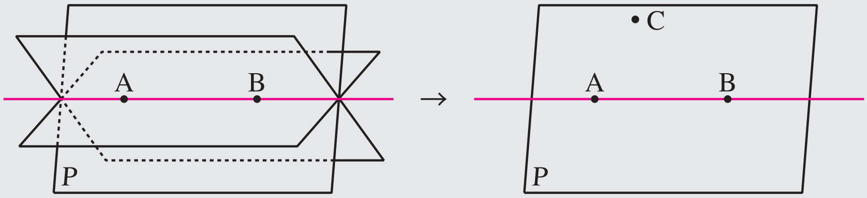
レッスン 6004

直線と平面の位置関係

ポイント

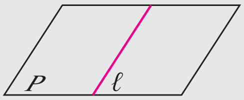
- 同じ直線上にない 3 点をふくむ平面は 1 つに決まる

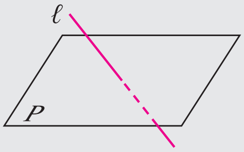
（例）2 点 A，B をふくむ平面は無数にあるが，点 C もふくむ平面は P に限定される

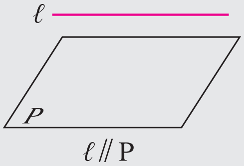


- 空間内にある直線 ℓ と平面 P の位置関係には，次の 3 通りの場合がある

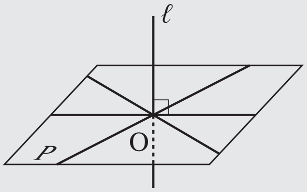
1 直線が平面上にある　　2 交わる　　3 平行





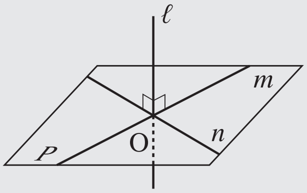


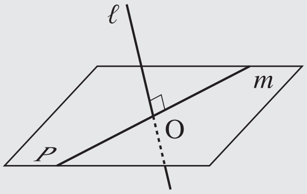
- 直線 ℓ と平面 P が点 O で交わっていて，点 O を通る P 上のすべての直線と垂直であるとき，直線 ℓ と平面 P は垂直であるといい，$\ell \perp$ P と表す。このとき，直線 ℓ は平面 P の垂線であるという



- 直線 ℓ と平面 P が垂直であることを確かめるときには，交点 O を通る平面 P 上の 2 つの直線と直線 ℓ が垂直であることを確かめればよい

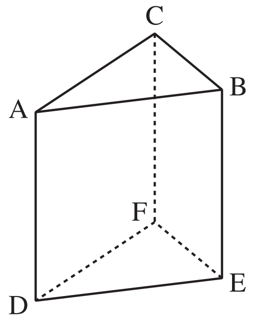
（例）$\ell \perp m$，$\ell \perp n$ だから，$\ell \perp$ P　　$\ell \perp m$ だが，ℓと P は垂直とは限らない





問題

右の図の三角柱について，次の問いに答えなさい。



(1) 2 点 A，B をふくむ平面が 1 つに決まる場合は○，決まらない場合は×と答えなさい。

(2) 辺 CF と平行な面を答えなさい。

(3) 辺 BE と垂直な面を**すべて**答えなさい。

解答

(1) 2 点 A，B を通る平面は，面 ABC をふくむ平面や面 ADEB をふくむ平面など，無数にある。よって

×　…(答)

(2) **面 ADEB**　…(答)

(3) 四角形 ADEB，四角形 BEFC はともに長方形なので

$BE \perp AB$，$BE \perp BC$

よって，辺 BE は面 ABC に垂直である。同様に

$BE \perp DE$，$BE \perp EF$

よって，辺 BE は面 DEF に垂直である。したがって

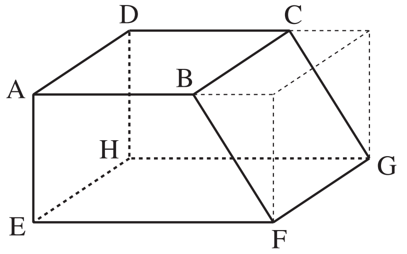
面 ABC，面 DEF　…(答)

確認テスト　直線と平面の位置関係

1 3 つの点をふくむ平面が 1 つに決まるための条件は次のうちどれか。答えなさい。

3 つの点が同じ直線上にない
3 つの点を結ぶと直角三角形になる
3 つの点が同じ直線上にある

2　次の図の立体は，直方体から三角柱を切り取ったものである。この立体について，次の問いに答えなさい。



(1) 辺 BC と平行な面を**すべて**答えなさい。

(2) 辺 AB と垂直な面を答えなさい。

3　直線 ℓ は平面 P 上になく，平面 P と交わらない。このとき，直線 ℓ と平面 P は平行であるといえるか。いえる場合は○，いえない場合は×と答えなさい。

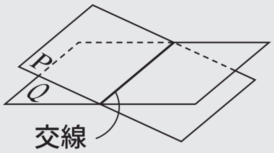
4　平面 P 上にない直線 ℓ と，平面 P 上にある直線 m が垂直に交わっている。このとき，直線 ℓ は平面 P の垂線であるといえるか。いえる場合は○，いえない場合は×と答えなさい。

レッスン 6005
2つの平面の位置関係

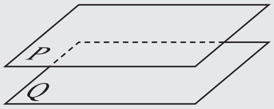
ポイント

- 空間内にある 2 平面 P，Q の位置関係には，次の 2 通りの場合がある。平面 P と Q が交わるとき，交わってできた直線を交線（こうせん）という

1 交わる

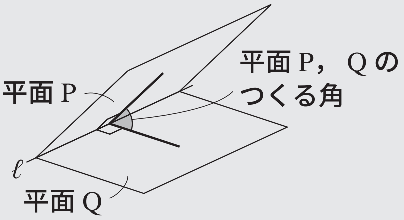


2 平行

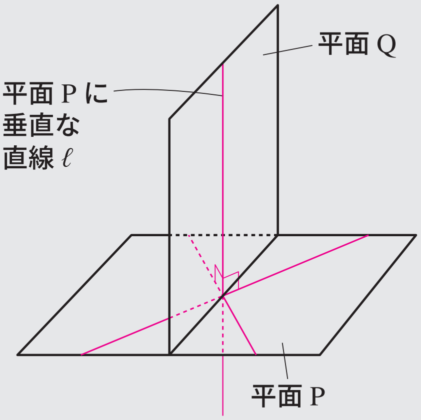


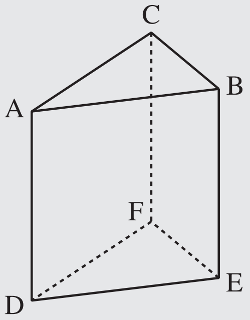
P//Q

- 2 平面 P，Q が交わるとき，交線 ℓ 上の点を通り，ℓ に垂直な直線をそれぞれの平面上にひく。この 2 直線によってつくられる角を平面 P，Q のつくる角という



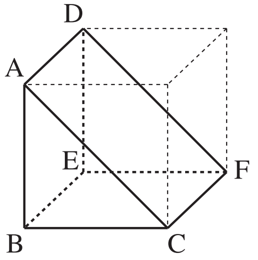
- 2 平面 P，Q が交わっていて，平面 P に垂直な直線 ℓ があるとする。平面 Q が直線 ℓ をふくんでいるとき，2 つの平面 P と Q は垂直であるという
なお，角柱の底面と側面は垂直である





問題

右の図の立体は，立方体を 2 つにわけてできた三角柱である。このとき，次の問いに答えなさい。



(1) 面 ABC と平行な面を答えなさい。

(2) 面 ABED と面 ACFD のつくる角の大きさを答えなさい。

(3) 面 ABED と垂直な面を**すべて**答えなさい。

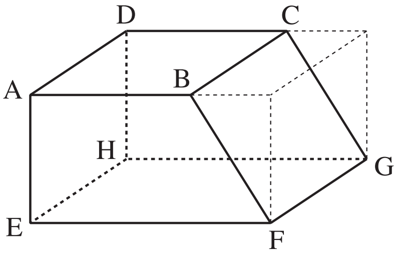
解答

(1) **面 DEF** …(答)

(2) $\triangle$ABC は $\angle \mathrm{ABC} = 90^\circ$ の直角二等辺三角形であるから，
$\angle \mathrm{BAC} = 45^\circ$ である。よって
45° …(答)

(3) もとの立方体において，面 ABED を底面とみると，面 ABC をふくむ面は，立方体の側面にあたる。よって，この 2 平面は垂直である。面 DEF，面 BCFE も同様に面 ABED と垂直である。
また，面 ACFD について，面 ABED との交線は直線 AD だから，面 ABED と面 ACFD のつくる角は $\angle$BAC であり，直角ではない。よって，面 ACFD と面 ABED は垂直ではない。
したがって，面 ABED と垂直な面は
面 ABC，面 DEF，面 BCFE …(答)

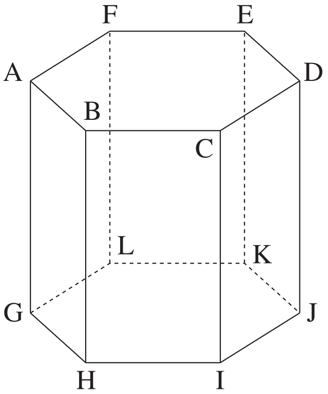
1　右の図の立体は，直方体から三角柱を切り取ったものである。この立体について，次の問いに答えなさい。



(1) 面 AEFB と平行な面を答えなさい。

(2) 面 ABCD と垂直な面を**すべて**答えなさい。

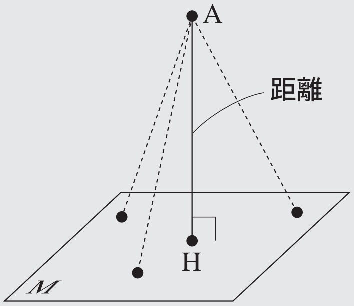
2　次の図の立体は正六角柱である。この立体について，平行な面の組は何組あるか答えなさい。



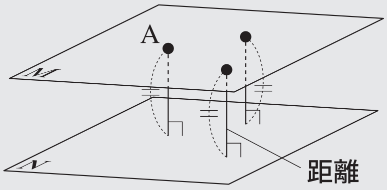
点や平面どうしの距離

ポイント

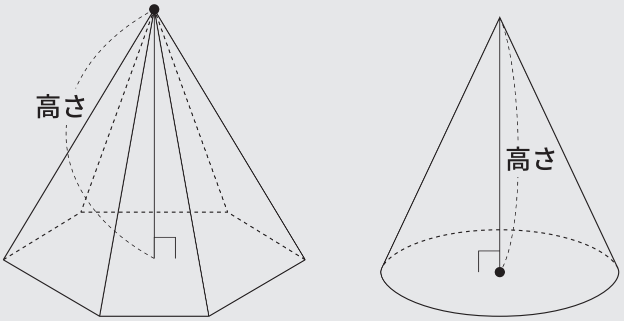
● 平面 M 上にない点 A から M に垂線をひき，M との交点を H とする。このとき，線分 AH の長さを点 A と平面 M との距離という



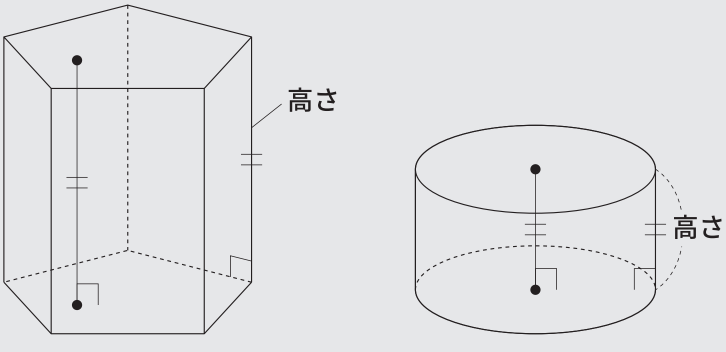
● 平行な 2 平面 M，N において，平面 M 上のどこに点 A をとっても，平面 N との距離は一定である。この一定の距離を，平行な 2 平面 M，N 間の距離という



● 角錐や円錐では，頂点と底面との距離を，その角錐や円錐の高さという

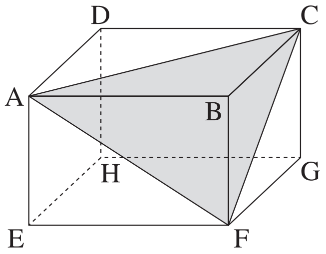


● 角柱や円柱では，2 つの底面は平行なので，2 つの底面間の距離を，その角柱や円柱の高さという



問題

右の図のように，直方体を 3 点 A，C，F を通る平面で切り取ってできた三角錐 BACF がある。次の面を底面としたときの高さは，どこの長さになるか答えなさい。



(1) 面 ABC を底面としたとき

(2) 面 ABF を底面としたとき

(3) 面 BCF を底面としたとき

解答

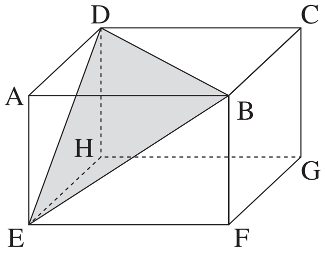
(1) 面 ABC に垂直な辺は BF だから
辺 BF …(答)

(2) 面 ABF に垂直な辺は BC だから
辺 BC …(答)

(3) 面 BCF に垂直な辺は AB だから
辺 AB …(答)

確認テスト　点や平面どうしの距離

次の図のように，直方体を 3 点 B，D，E を通る平面で切り取ってできた三角錐 ABDE がある。次の面を底面としたときの高さは，どこの長さになるか答えなさい。



(1) 面 ABD

(2) 面 ADE